ශාන්ත පීතර විදුහල - කොළඹ 04
புனித பேதுரு கல்லூரி - கொழும்பு 04
St. Peter's College - Colombo 04

පළමු වාර පරීක්ෂණය - 2022
First Term Examination - 2022

S I

13 ශ්‍රේණිය
GRADE 13

සංයුක්ත ගණිතය – I
COMBINE MATHS – I

පැය 03
03 Hours

A- කොටස

ප්‍රශ්න සියල්ලට ම පිළිතුරු සපයන්න.

01. $x^4 + ax^2 + 3x + b$, $(x^2 + x)$ වලින් බෙදූ විට ශේෂය -5 කි. a හා හි b අගයන් සොයන්න.

02. $\frac{2x}{x-1} < 1$ වන x හි අගය කුලකය සොයන්න.

03. $f(x) = 9x^2 + 12x + 7$ යන්න, $f(x) = (ax+b)^2 + C$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. එනයින් $f(x)$ හි අවම අගය හා $\frac{1}{f(x)}$ හි උපරිම අගය හා එය ඇති වන x හි අගය සොයන්න.

04. $\lim_{x \to 2} \frac{x \sin x}{2sin^2 3x - x^2 \cos x} = \frac{1}{17}$ බව පෙන්වන්න.

05. $y = e^{tan^{-1}x}$ නම් $(1 + x^2)\frac{d^2y}{dx^2} + (2x-1)\frac{dy}{dx} = 0$ බව පෙන්වන්න.

06. $x = 5t^2 , y = 3t + 1$ පරාමිතික සමීකරණ වලින් දෙනු ලබන වක්‍රයට $(5, -2)$ දී ඇඳි ස්පර්ෂකයේ හා අභිලම්භයේ සමීකරණ සොයන්න.

07. $2x + y - 3 = 0$ හා $x + 2y + 1 = 0$ රේඛාවන් අතර කෝණ සම්විච්ඡේදක වල සමීකරණ සොයන්න.

08. P ලක්ෂයේ සිට $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 4 = 0$ වෘත්තයකට ඇඳි ස්පර්ෂක දිග, එම ලක්ෂයේ සිට $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ෂකයේ දිග මෙන් තුන් ගුණයකි. P හි පථය $4x^2 + 4y^2 - 11x - 8y - 11 = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව සාධනය කරන්න.

09. $tan \propto = -1 , \tan\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ වේ. මේ $3\frac{\pi}{2} < \propto < 2\pi$ හා $\pi/2 < \beta < \pi$ වේ. $Cos\,(\propto + \beta)$ හි අගය සොයන්න.

10. $Sin\ \propto + Sin\ \beta = 1\,,\ Cos \propto + Cos\,\beta = \sqrt{3}$ වූ $\propto$ හා β සුළු කෝණ වේ. $(\propto + \beta)$ හි අගය සොයන්න.

<u>B- කොටස</u>

ප්‍රශ්න 05 කට පිළිතුරු සපයන්න.

11. ඇ. $k \in R$ වූ $f(x) = 4x^3 - 4x^2 + kx - 2$ වේ. $(x-2)$ මෙහි සාධකයකි. k හි අගය සොයන්න. එම k සඳහා $f(x) = (x-2)\ (ax + b)^2$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කිරීමට a හා b සොයන්න.එම අගයන් සඳහා $(ax+b)^2 = P\,(x-2)^2 + qx + r$ වන සේ p, q, r සොයා එනයින් $f(x),\ (x-2)^3$ න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

ඇඇ. $x^2 + px + q = 0$ හි මූල තාත්වික නම්, සියලු $a \epsilon R$ සඳහා
$x^2 + px + q + (x+a)(2x+p) = 0$ හි මූල ද තාත්වික බව පෙන්වන්න.

12. ඇ. $ax^2 + bx + c = 0$ හි මූල $\propto, \beta$ නම් $\propto^3 \beta$ හා $\propto \beta^3$ මූල වූ වර්ග සමීකරණය a, b, c ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

ඇඇ. $y = 3 - x^2\,, y = 2\,|\,x\,|$ හි දළ සටහන් එකම රූපයේ අඳින්න. එනයින් $x^2 + 2|x| \leq 3$ වන x හි අගය කුලකය සොයන්න.

ඇඇඇ. භින්න භාග වලට වෙන් කරන්න.

a). $\dfrac{x}{(x-1)(x-2)^2}$

b). $\dfrac{2x^2}{(x+1)(x-2)}$

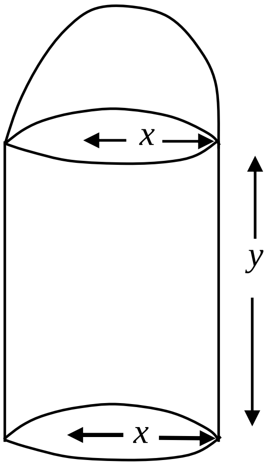
13. a). $f(x) = \frac{x\,(x-3)}{(x-2)^2}$, $x \neq 2$ වේ.

$f^{/}(x) = \frac{6-x}{(x-2)^3}$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් $f(x)$ හි වැඩි වන හා අඩු වන පරාසයන් සොයන්න.හැරුම් ලක්‍ෂ වල ඛණ්ඩාංක ද සොයන්න.

$f^{//}(x) = \frac{2(x-8)}{(x-2)^4}$ බව දී ඇත. නතිවර්තන ලක්‍ෂ ද සොයන්න. හැරුම් ලක්‍ෂයත්, ස්පර්ෂයෝන්මුඛ හා නතිවර්තන දක්වමින් $y = f(x)$ හි දළ සටහනක් අඳින්න.

b). පරිමාව $45\,\pi$ වන සේරූපයේ ඇති පරිදි ටැංකියක් සාදාගත යුතුව ඇත. ටැංකියේ පියන ඉහළට නෙරා ඇති අර්ධ ගෝලීය හැඩයක් ගනී. සිලින්ඩාකාර බඳෙහි උස y වන අතර අරය x වේ. ටැංකියේ පෘෂ්ඨීය වර්ගඵලය $A = 3\pi x^2 + 2\pi xy$ බව දී ඇත.



$y = \frac{45}{x^2}$ - $\frac{2x}{3}$ බව පෙන්වා A අවම වන x හා y හි අගයන් සොයන්න.

14. i. $x = \sqrt{t}$ හා $y = t - \frac{1}{\sqrt{t}}$ නම් $t = 4$ විට $\frac{dy}{dx}$ හි අගය සොයන්න.

ii. $x = 9a\,sin\,\theta - a\sin 9\,\theta$ ද

$y = 9a\,Cos\theta - a\,Cos\,9\,\theta$ ද නම්, $\frac{dy}{dx}$ හි අගය θ ඇසුරෙන් සොයන්න.

$\frac{d^3\,y}{dx^2} = \frac{-5}{18a}\,Cosec^3\,5\,\theta\,Cosec\,4\,\theta$ බව පෙන්වන්න.

15. $A(1\,,2)$ හා $B(3\,,3)$ වේ. A හා B හරහා යන l රේඛාවේ සමීකරණ සොයන්න. A හරහා යමින් l සමඟ $\pi/4$ ක සුළු කෝණයක් සාදන l_1 හා l_2 රේඛා වල සමීකරණ සොයන්න. l මත වූ ඕනෑම ලක්‍ෂයක ඛණ්ඩාංක $(1 + 2t\,, 2 + t)$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න. පළමු වෘත්ත පාදකය තුළ පිහිටියා වූ ද, අරය $\frac{\sqrt{10}}{2}$ වූ ද, l_1 හා l_2 ස්පර්ශ කරන්නා වූ ද l මත කේන්ද්‍රය පිහිටියා වූ ද, C_1 වෘත්තයේ සමීකරණය $x^2 + y^2 - 6x - 6y + \frac{31}{2} = 0$ බව පෙන්වන්න. AB විශ්කම්භය වූ C_2 වෘත්තයේ සමීකරණය ද, සොයන්න. C_1 හා C_2 ප්‍රලම්බය ද නැද්ද යන්න නිර්ණය කරන්න.

16. දා. θ හි ඕනෑම තාත්වික අගයන් සඳහා $\tan\theta - 2tan\,(\theta - \pi/_4)$ ප්‍රකාශනයට -7 හා 1 අතර කිසිම අගයක් ගත නොහැකි බව පෙන්වන්න.

දාදා. $(Cos \propto + Cos\beta)^2 + (Sin \propto + Sin\beta)^2 = 4Cos^2\left(\frac{\propto - \beta}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.
$(Cosx + Cos3x)^2 + (Sin\,x + Sin\,3x)^2 = 1$ සමීකරණ විසඳුම් සොයන්න.

දාදාදා. $Sin\,(x+y)$ හා $Cos\,(x+y)$ ප්‍රසාරණය යොදාගනිමින්

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$ බව ලබාගන්න.

$A + B + C = \pi$ නම්,
$\tan{A/_2}\ tan\ {B/_2} + tan\ {B/_2}\ tan\ {C/_2} + \ tan{A/_2}\ tan\ {C/_2} = 1$ බව පෙන්වන්න.

17. දා. $ABC\ \Delta$ ක් සඳහා $\frac{a+b}{5} = \frac{b+c}{7} = \frac{c+a}{6}$ වේ. මෙහි a, b, c සඳහා සුපුරුදු තේරුම් ඇත. සයින් නියමය භාවිතයෙන් $Sin\,A,\ Sin\,B,\ Sin\,C$ සමාන්තර ශ්‍රේණියක අනුයාත පද බව පෙන්වන්න.

තවද කෝසයින් නියම භාවිතයෙන් $Cos\,A\,, Cos\,B$ හා $Cos\,C$ හි අගය සොයන්න.

දාදා. $2\,tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) + tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) = \frac{\pi}{4}$ බව පෙන්වන්න.

දාදාදා. $2tan^{-1}\,x + \ tan^{-1}\,(x+1) = \frac{\pi}{2}$ විසඳන්න.

එනයින් $Cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\ tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)\right) = \frac{3}{\sqrt{10}}$ බව පෙන්වන්න.